

3. Допустимые значения. Сокращение дробей

1(40). Покажите с помощью стрелки, целым, дробным или рациональным является каждое выражение.

а) y^2+2y+3 ; б) $\frac{2}{a} + \frac{3}{a+3}$; в) $(b^2+3):b$; г) $\frac{x^3}{2} - \frac{x^2}{3} + \frac{2}{5}$;

целое выражение

дробное выражение

рациональное выражение

д) $\frac{7}{c^2-49}$; е) $\frac{5x}{d^2+16}$; ж) $\frac{x^2-9}{x+3}$; з) $\frac{3a+2b}{a(b+6)(c-1)}$

Выражения, составленные из чисел и переменных с помощью знаков сложения, вычитания, умножения, деления, возведения в степень и скобок по особым правилам называют **алгебраическими**.

Если алгебраическое выражение не содержит деления на выражение с переменными, то его называют **целым выражением**.

Если алгебраическое выражение содержит деление на выражение с переменными, то его называют **дробным выражением**.

Целые и дробные выражения называют **рациональными выражениями**.

2. Запишите дробь, у которой:

1) числитель равен сумме переменных a и b , а знаменатель их разности:	_____
2) числитель равен сумме квадратов переменных c и d , а знаменатель – их удвоенному произведению:	_____
3) числитель равен разности кубов переменных n и m , а знаменатель кубу их суммы:	_____

3. Подчеркните выражения, имеющие смысл при всех значениях переменных.

$\frac{3}{5}x-7$ $\frac{a^2-2a}{b^2}$ $2c^2-3c+\frac{1}{c}$ $\frac{9}{x^2+1}$ $\frac{3-d}{(1+d)^2}$ $\frac{2a+3}{11}$

Значения переменных, при которых алгебраическое выражение имеет смысл, называют **допустимыми значениями переменных**.

Целое выражение **имеет смысл** при любых значениях входящих в него переменных.

Дробное выражение **не имеет смысла** при тех значениях переменных, которые обращают знаменатель в нуль.

4. Соотнесите каждое выражение с множеством значений переменной, при которых оно имеет смысл.

1) $\frac{x}{(x-3)^3}$

2) $\frac{x}{(x+3)^3}$

3) $\frac{x}{x^3-3^3}$

А. $x \neq 0$ Б. $x \neq 3$ В. $x \neq -3$ Г. x – любое число

5. Укажите область допустимых значений переменных в выражениях.

1) $2x^2-3x+7$: _____ 4) $\frac{b}{(b-1)(b+1)}$: _____

2) $\frac{5}{y}$: _____ 5) $\frac{3}{c} + \frac{5}{c-7}$: _____

3) $\frac{a-1}{a+2}$: _____ 6) $\frac{x}{(3+x)(y-5)}$: _____

6. Составьте дробь с переменной a , которая:

1) имеет смысл при всех значениях a : _____2) имеет смысл при всех значениях a , кроме 5: _____3) имеет смысл при всех значениях a , кроме 7 и 9: _____

7(45). Сократите дробь, выделив общий множитель числителя и знаменателя:

1) $\frac{am}{an} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$; 4) $\frac{26a^2b^6}{65a^5b^3} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$;

2) $\frac{c^2d}{d^2c} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$; 5) $\frac{108a^3b^4c^7}{90ac^5b^8} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$;

3) $\frac{45a^3b^4}{54a^6b^2} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$; 6) $\frac{252x^9y^{15}z^3}{315x^6y^{20}} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$.

Сократить дробь – значит разделить числитель и знаменатель на их общий множитель, отличный от нуля.

Основное свойство дроби позволяет дробь $\frac{ac}{bc}$ заменять дробью $\frac{a}{b}$.

8(46). Сократите дробь, предварительно разложив на множители числитель и знаменатель:

1) $\frac{27a^3b^4 - 9a^2b^5}{81a^4b^2 - 27a^3b^3} =$ _____

2) $\frac{16x^2y^3 - 24xy^4}{24x^3y^2 - 36x^2y^3} =$ _____

3) $\frac{(a-b)^2}{b^2 - a^2} =$ _____

4) $\frac{2a+6c}{a^2-9c^2} =$ _____

План решения.

- (1) Сгруппируйте члены в числителе и знаменателе.
- (2) Разложите на множители числитель и знаменатель (используя формулы сокращенного умножения, вынесение общего множителя за скобку).
- (3) Вынесите общий множитель в числителе и знаменателе (если он есть, или перегруппируйте члены).
- (4) Разделите числитель и знаменатель дроби на общий множитель.
- (5) Запишите ответ.

9(48). Впишите пропущенное выражение так, чтобы получилось тождество:

$$\text{а) } \frac{2}{3xy^2} = \frac{\dots}{18x^3y^3}; \quad \text{б) } \frac{a}{5b^2c^3} = \frac{\dots}{45b^5c^6}; \quad \text{в) } \frac{c}{n-m} = \frac{\dots}{n^2-m^2}; \quad \text{г) } \frac{3y}{x-1} = \frac{\dots}{x^3-1}.$$

10(52). Вычислите значение числового выражения:

$$1) \frac{9^{30}}{3^{59}} =$$

$$2) \frac{8^{40}}{2^{121}} =$$

$$3) \frac{18^6}{6^7 \cdot 3^5} =$$

$$4) \frac{24^{12}}{6^{11} \cdot 2^{24}} =$$

План решения.

- (1) Представьте числитель и знаменатель дроби в виде произведения степеней простых чисел.
- (2) Разделите числитель и знаменатель дроби на общий множитель.
- (3) Запишите ответ.

11(53). 1) Докажите тождество $\frac{b(9a-8b)^2 + (3a-4b)^3}{27a^2} = a-b$.

$$\frac{b(9a-8b)^2 + (3a-4b)^3}{27a^2} = \underline{\hspace{10cm}}$$

План доказательства.

- (1) Раскройте скобки в левой части равенства.
- (2) Приведите подобные слагаемые.
- (3) Разделите числитель и знаменатель дроби на общий множитель.
- (4) Сравните полученный результат в левой части с заданной правой частью равенства.

12 (53). 1) Докажите тождество $(a+b)^3 - \frac{(a^2+ab)^2}{a} + \frac{ab-b^2}{b} = 4ab^2$.

План доказательства.

- (1) Приведите дроби к общему знаменателю.
- (2) Раскройте скобки в числителе.

- (3) Приведите подобные члены в числителе.
 (4) Разделите числитель и знаменатель дроби на общий множитель.
 (5) Запишите ответ.

Если соответственные значения двух выражений, содержащих одни и те же переменные, совпадают при всех допустимых значениях переменных, то выражения называют **тождественно равными**.

Тождеством называют равенство, верное при всех допустимых значениях входящих в него переменных.

13. Подчеркните выражение, тождественно равное дроби $\frac{a^2 - 25b^2}{a^3 + 125b^3}$.

$$\frac{a+5b}{5ab+a^2+b^2} \quad \frac{5b-a}{a^2-5ab+b^2} \quad \frac{a-5b}{a^2+b^2+5ab} \quad \frac{a-5b}{-5ab+a^2+b^2}$$

14(54). 1) Решите уравнение $\left(\frac{1}{3}x - 2\right)^3 - \frac{x^5 - 18x^4}{27x^2} = 4$.

План решения.

- (1) Примените формулу куба разности.
 (2) Приведите выражения к общему знаменателю.
 (3) Приведите подобные члены в числителе.
 (4) Приравняйте к нулю числитель и знаменатель.
 (5) Запишите ответ.

Решение. _____

Ответ: _____